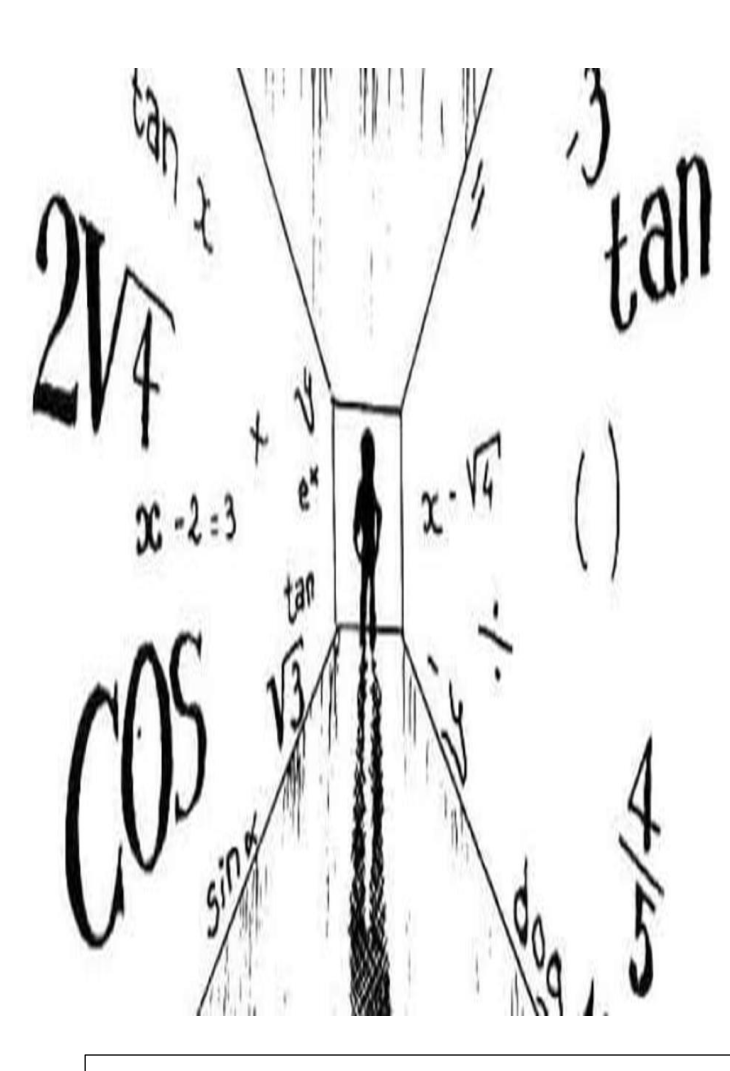


CHƯƠNG I.

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.

NGUYỄN BẢO VƯƠNG

TÀI LIỆU CÓ ĐÁP ÁN VÀ HDG

Năm học: 2017-2018

BÀI 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

❶ **Hàm số sin:** $\boxed{y = \sin x}$

❑*Tính chất:*

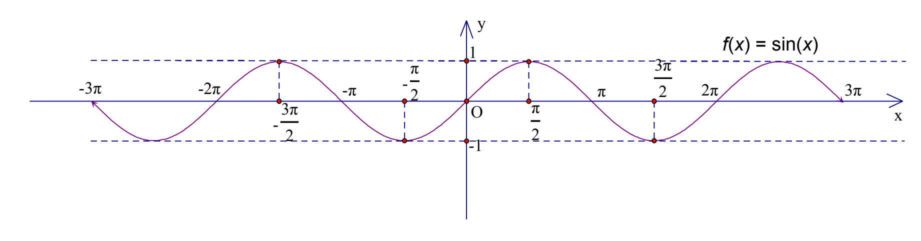
•Tập xác định $\mathbb{R}$.

•Tập giá trị: $\left[-1;1\right]$,có nghĩa là $-1 \le \sin x \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

•Hàm số tuần hoàn với chu kì 2π, có nghĩa $\sin\left(x + k2\pi\right) = \sin x$ với $k \in \mathbb{Z}$.

•Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

• $y = \sin x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O là tâm đối xứng (Hình 1).



Hình 1.

•Một số giá trị đặc biệt:

$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

❷ **Hàm số côsin:** $\boxed{y = \cos x}$

❑*Tính chất:*

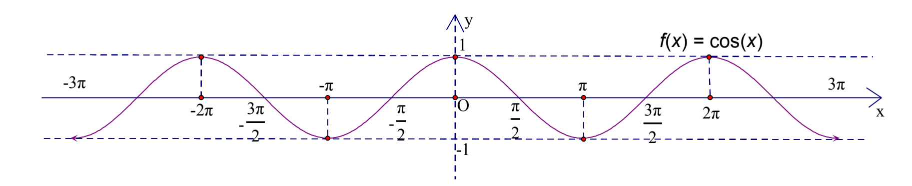
•Tập xác định $\mathbb{R}$.

•Tập giá trị: $\left[-1;1\right]$,có nghĩa là $-1 \le \cos x \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

•Hàm số tuần hoàn với chu kì 2π, có nghĩa $\cos\left(x + k2\pi\right) = \cos x$ với $k \in \mathbb{Z}$.

•Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\pi + k2\pi; k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(k2\pi; \pi + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

• $y = \cos x$ là hàm số chẵn, đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng (Hình 2).



Hình 2.

•Một số giá trị đặc biệt:

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

❸ **Hàm số tang:** $\boxed{y = \tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}}$

❑***Tính chất:***

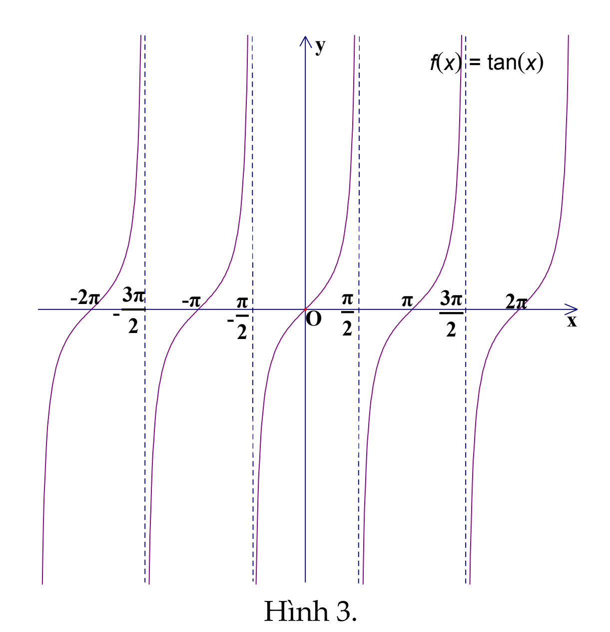
•Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \middle| k \in \mathbb{Z}\right\}$

•Tập giá trị là $\mathbb{R}$.

•Hàm số tuần hoàn với chu kì π , có nghĩa $\tan\left(x + k\pi\right) = \tan x, (k \in \mathbb{Z})$.

•Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right), \left(k \in \mathbb{Z}\right)$.

• $y = \tan x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường thẳng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm đường tiệm cận.(Hình 3)



Hình 3.

•Một số giá trị đặc biệt :

$$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

❹ **Hàm số cotang:** $\boxed{y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}}$.

❑***Tính chất:***

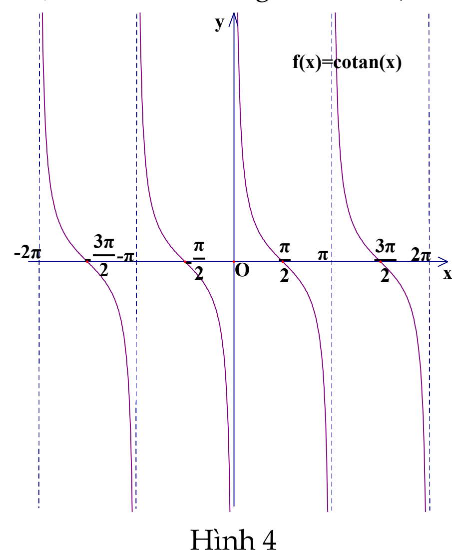
•Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi \middle| k \in \mathbb{Z} \right\}$.

•Tập giá trị: $\mathbb{R}$.

•Hàm số tuần hoàn với chu kì π, có nghĩa $\cot\left(x + k\pi\right) = \cot x, (k \in \mathbb{Z})$.

•Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(k\pi; \pi + k\pi\right), k \in \mathbb{Z}$.

• $y = \cot x$ là hàm số lẻ, đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng và nhận mỗi đường thẳng $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm đường tiệm cận (Hình 4).



Hình 4

•Một số giá trị đặc biệt :

$\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

II. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng toán 1: Tìm tập xác định của hàm số.



Phương pháp giải:

Khi tìm tập xác định của hàm số, ta cần chú ý:

• Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

• Hàm số $y=\dfrac{P\left(x\right)}{Q\left(x\right)}$ xác định khi $Q\left(x\right)\neq 0$. Từ đó suy ra:

- Hàm số $y=\tan x$ xác định khi $\cos x\neq 0$.
- Hàm số $y=\cot x$ xác định khi $\sin x\neq 0$.

• Hàm số $y=\sqrt{f\left(x\right)}$ xác định khi $f\left(x\right)\geq 0$.

Ví dụ 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sin x+2}{\sin x.\cos^2 x}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{2\cos x+3}{\sin x+1}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{\cos x}{2\sin x-\sqrt{3}}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2. Hàm số $y=\tan\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\cot\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+2$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4. Hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{1-\sin x}}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{\sin x}{1+\tan x}$ và $k\in\mathbb{Z}$. Khoảng nào dưới đây không nằm trong tập xác định của hàm số?

A. $\left(-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\right)$. **B.** $\left(\pi+k2\pi;\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$.

C. $\left(\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi;\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\right)$. **D.** $\left(\dfrac{\pi}{2}+k2\pi;\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\right)$.

Câu 6. Hàm số $y=\sqrt{\dfrac{\cos x-1}{3+\sin x}}$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Đáp án:	1D	2C	3D	4C	5A	6C

Dạng toán 2: Xác định tính chẵn, lẻ của hàm số.

☆☆☆

Phương pháp giải:

Khi xác định tính chẵn, lẻ của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Tìm tập xác định D của hàm số.

• Nếu D không là tập đối xứng, nghĩa là $\exists x\in D$ sao cho $-x\notin D$ thì ta kết luận ngay hàm số $y=f\left(x\right)$ không, chẵn, không lẻ.

• Nếu D là tập đối xứng ta thực hiện bước 2.

Bước 2.

• Nếu $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$ với mọi $x\in D$ thì hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số chẵn.

• Nếu $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$ với mọi $x\in D$ thì hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số lẻ.

• Nếu $\exists x\in D$ mà $f\left(-x\right)\neq f\left(x\right)$ hoặc $f\left(-x\right)\neq -f\left(x\right)$ thì hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số không chẵn (không lẻ).

Chú ý: Khi xác định tính chẵn, lẻ của hàm số lượng giác ta cần lưu ý:

• $\forall x\in\mathbb{R},\sin\left(-x\right)=-\sin x$. • $\forall x\in\mathbb{R},\cos\left(-x\right)=\cos x$.

• $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\},\tan\left(-x\right)=-\tan x$. • $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\},\cot\left(-x\right)=-\cot x$.

Ví dụ 3. Hàm số nào sau đây không phải là hàm số lẻ?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Ví dụ 4. Hàm số $y=\sin x.\cos x$ là:

A. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. **B.** Hàm chẵn.
C. Hàm có giá trị lớn nhất bằng 1. **D.** Hàm lẻ.

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 7. Hàm số $y=\sin x.\cos 2x$ là:

A. Hàm chẵn. **B.** Hàm không có tính chẵn, lẻ.
C. Hàm không có tính tuần hoàn. **D.** Hàm lẻ.

Câu 8. Hàm số $y=\dfrac{\tan 3x}{\sin^3 x}$ thỏa mãn tính chất nào sau đây?

A. Hàm chẵn. **B.** Hàm không có tính chẵn , lẻ.
C. Xác định trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm lẻ.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y=\sin^2 x$. **B.** $y=\sin^2 x.\cos x$. **C.** $y=\dfrac{\tan x}{\cos x}$. **D.** $y=\dfrac{\cos x}{\sin x}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y=\dfrac{\tan 2x}{\tan^2 x+1}$. **B.** $y=\sin x.\cos 2x$. **C.** $y=\cos x\sin^2 x$. **D.** $y=\cos x\sin^3 x$.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào không là hàm chẵn và cũng không là hàm lẻ?

A. $y=\tan x-\dfrac{1}{\sin x}$. **B.** $y=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$.
C. $y=\sin x+\tan x$. **D.** $y=\sin^4 x-\cos^4 x$.

Đáp án	7D	8A	9C	10C	11B

Dạng toán 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

☆☆☆

Phương pháp giải:

Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số lượng giác, ta biến đổi hàm số đã cho về dạng $y=a+b\sin t$ hoặc $y=a+b\cos t$.
Và sử dụng kết quả: $-1\le \sin t\le 1, -1\le \cos t\le 1$.

Ví dụ 5. Hàm số $y=2\sin x\cos x+\cos 2x$ có giá trị lớn nhất là:

A. 3. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Ví dụ 6. Hàm số $y=\left(\sin x-\cos x\right)^2+\cos 2x$ có giá trị nhỏ nhất là:

A. -1. **B.** $1-\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** $1+\sqrt{2}$.

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 12. Hàm số $y=\left(\sin x+\cos x\right)^2+\cos 2x$ có giá trị lớn nhất là:

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 13. Hàm số $y=\sqrt{3}\sin x-\cos x$ có giá trị nhỏ nhất là:

A. $1-\sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** -2. **D.** $-1-\sqrt{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{\cos x-1}{\cos x+2}$. Mệnh đề nào trong số các mệnh đề sau là sai?

A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2.
D. Hàm số tuần hoàn với chu kì $T = 2$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây có giá trị lớn nhất bằng 2.
A. $y = \tan x - \cot x$. **B.** $y = 2\tan x$.
C. $y = \sqrt{2}\left(\cos x - \sin x\right)$. **D.** $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 - 4\sin^2 x\cos^2 x$ là:
A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Đáp án	12A	13C	14D	15C	16B

Dạng toán 4: Tìm chu kì của hàm số lượng giác.

☆☆☆

Phương pháp giải:

Khi tìm chu kì của hàm số lượng giác ta cần lưu ý rằng:
- Hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ có chu kì $T = 2\pi$.
- Hàm số $y = \tan x, y = \cot x$ có chu kì $T = \pi$.
- Hàm số $y = \sin\left(ax + b\right), y = \cos\left(ax + b\right), a \neq 0$ có chu kì $T = \frac{2\pi}{\left|a\right|}$.
- Hàm số $y = \tan\left(ax + b\right), y = \tan\left(ax + b\right), a \neq 0$ có chu kì $T = \frac{\pi}{\left|a\right|}$.
- Nếu hàm số f_1 có chu kì là T_1, f_2 có chu kì là T_2 thì hàm số $f = f_1 \pm f_2$ có chu kì T với T là số nhỏ nhất sao cho $T = kT_1 = lT_2 : k, l \in \mathbb{N}^*$.

Ví dụ 7. Hàm số $y = 2\cos^2 x - 1$ là hàm tuần hoàn với chu kì:
A. $T = \pi$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = \pi^2$. **D.** $T = \frac{\pi}{2}$.

Ví dụ 8. Hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\frac{x}{3}$ là hàm tuần hoàn với chu kì:
A. $T = \pi$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = 3\pi$. **D.** $T = 6\pi$.

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 17. Hàm số $y = \sqrt{1 - \cos 2x}$ có chu kì là:
A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \sqrt{2\pi}$. **C.** $T = \pi$. **D.** $T = \sqrt{\pi}$.

Câu 18. Hai hàm số nào sau đây có chu kì khác nhau?
A. $\cos\frac{x}{2}$ và $\sin\frac{x}{2}$. **B.** $\sin x$ và $\tan x$. **C.** $\cos x$ và $\cot\frac{x}{2}$. **D.** $\tan 2x$ và $\cot 2x$.

Câu 19. Chu kì của hàm số $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ là:
A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = \frac{\pi}{2}$. **D.** $T = 4\pi$.

Câu 20. Chu kì hàm số $y = \sin 2x - 2\cos 3x$ là:

A. $T = 2\pi$. **B.** $T = \pi$. **C.** $T = \dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $T = \dfrac{\pi}{3}$.

Đáp án	17C	18B	19B	20A

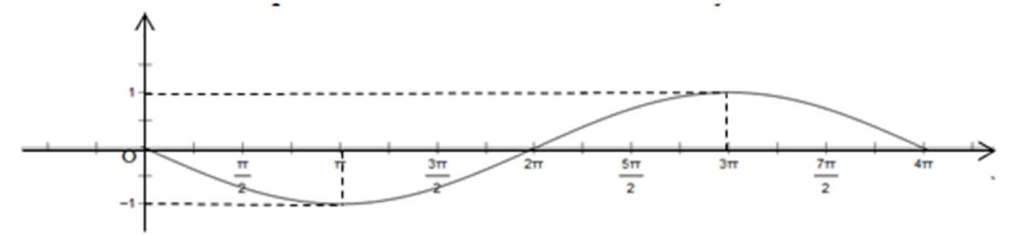
Dạng toán 5: Xác định hàm số có đồ thị cho trước.

☆☆☆

Phương pháp giải:

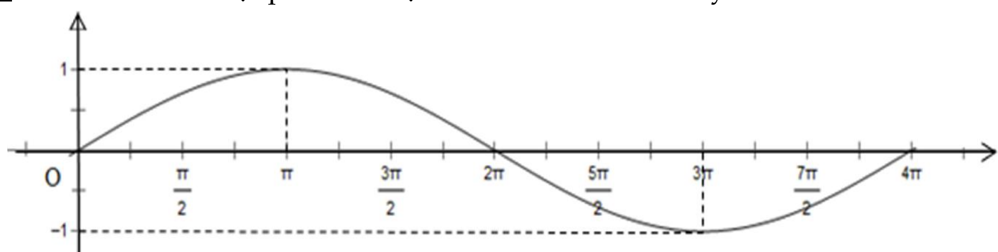
Khi xác định hàm số lượng giác có đồ thị cho trước, ta cần chú ý đến các yếu tố sau:
- Các điểm đặc biệt mà đồ thị đi qua;
- Xác định chu kì của đồ thị hàm số thông qua đồ thị.

Ví dụ 9. Hình vẽ sau là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây:



A. $y = \sin\dfrac{x}{2}$. **B.** $y = \cos\dfrac{x}{2}$. **C.** $y = -\cos\dfrac{x}{4}$. **D.** $y = \sin\left(-\dfrac{x}{2}\right)$.

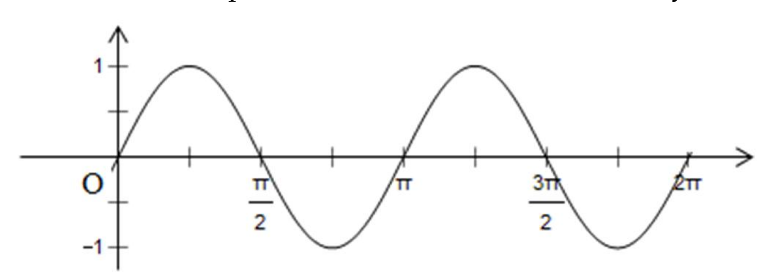
Ví dụ 10. Hình vẽ sau là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây:



A. $y = \sin\dfrac{x}{2}$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = \cos\dfrac{x}{2}$. **D.** $y = \cos x$.

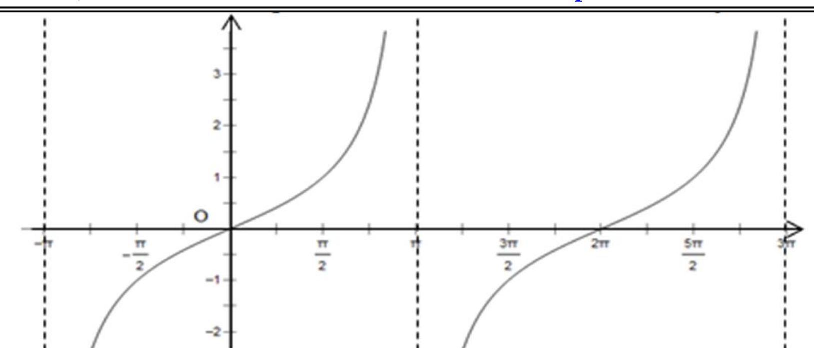
Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 21. Hình vẽ sau là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây:



A. $y = \sin 2x$. **B.** $y = \sin 3x$. **C.** $y = \cos x$. **D.** $y = \cos 2x$.

Câu 22. Hình vẽ sau là một phần đồ thị của hàm số nào sau đây:



A. $y=\tan 2x$. **B.** $y=\cot 3x$. **C.** $y=\tan\frac{x}{2}$. **D.** $y=\cot 2x$.

🕮 Đáp án	21A	22A

PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG CASIO ĐỂ GIẢI QUYẾT DẠNG TOÁN TÌM TẬP XÁC ĐỊNH.

Bước 1. Chọn đơn vị sử dụng
Bước 2. Nhập biểu thức vào máy tính
Bước 3. Thử các giá trị tường minh.

Ví dụ 11. Cho hàm số $y=\frac{1}{2\cos x-1}$. Tập xác định của hàm số là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Sử dụng máy tính CASIO fx – 570MS, bằng cách thực hiện theo thứ tự:

- Chọn đơn vị là radial ta ấn: [MODE] [MODE] [MODE] [MODE] [2]
- Nhập biểu thức $2\cos x-1$ ta ấn: [2] [cos] [ALPHA] [X] [)] [−] [1]
- Ta lần lượt thử với các giá trị $x=\frac{\pi}{6}, x=\frac{\pi}{4}, x=\frac{\pi}{3}$ [SHIFT] [CALC]...

Dễ thấy $x=\frac{\pi}{3}$ thì kết quả máy tính bằng 0. Nên **chọn C.**

Ngoài ra, phương pháp này có thể áp dụng cho các bài toán phương trình lượng giác, vấn đề này sẽ nói sau.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN (CÓ ĐÁP ÁN).

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1+\sin x}$ là:

A. $D=[-1;1]$. **B.** $D=[0;1]$ **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-1;1)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{1-\cos^2 x}$ là:

A. $D=[-1;1]$. **B.** $D=(0;1)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\tan x+\cot x$ là:

A. $\left\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{x\in\mathbb{R} \mid x\neq\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \cot x + \dfrac{1}{\cos^2 x}$ là:

A. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dfrac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \dfrac{k\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x}$ là:

A. $D = \left[-1;1\right]$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = \left(-1;1\right)$. **D.** $D = \varnothing$.

Câu 6. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = \cos x + \sin^2 x$. **B.** $y = \sin x + \cos x$.

C. $y = -\cos x$. **D.** $y = \sin x.\cos 3x$.

Câu 7. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = -\sin x$. **B.** $y = -\sin x + \cos x$.

C. $y = -\cos x + \sin^2 x$. **D.** $y = \sin x.\cos x$.

Câu 8. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ là:

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\sqrt[4]{8}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9. Giá trị bé nhất của hàm số $y = \dfrac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ là:

A. $\dfrac{2}{11}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}$ là:

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\sqrt[4]{8}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số sau đây bằng bao nhiêu $y = \sin x + \cos x$.

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 12. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(0;\pi\right)$?

A. $y = \sin x$. **B.** $y = \cos x$. **C.** $y = \tan x$. **D.** $y = x^2$.

Câu 13. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = 2x + 3\sin x$. **B.** $y = \sin x + \cos x + x$.

C. $y = \sin^2 x$. **D.** $y = x\sin^2 x$.

Câu 14. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = x\cos^2 x$. **B.** $y = \cos^2 x$.

C. $y = x^2 - \cos^2 x$. **D.** $y = x^2$.

Câu 15. Chu kì của hàm số $y = \sin^2 x$ là:

A. $T = \pi$. **B.** $T = 2\pi$. **C.** $T = \pi^2$. **D.** $T = 4\pi$.

Câu 16. Chu kì của hàm số $y = \sin 2x + \cos 3x$. là:

A. $T = \pi$. **B.** $T = 3\pi$. **C.** $T = \dfrac{\pi}{6}$. **D.** $T = 2\pi$.

Câu 17. Chu kì của hàm số $f\left(x\right)=\cot x+\cot\frac{x}{2}+\cot\frac{x}{3}$. là:

A. $T=\pi$. **B.** $T=2\pi$. **C.** $T=3\pi$. **D.** $T=6\pi$.

Câu 18. Chu kì của hàm số $y=\cos\pi x+\tan\frac{x}{\pi}$. là:

A. $T=\pi$. **B.** $T=2$. **C.** $T=\pi^2$. **D.** Không có chu kì.

Câu 19. Tập giá trị của hàm số $y=\sin^2 x+2\sin x+5$ là:

A. $T=\left[4;8\right]$. **B.** $T=\left[0;1\right]$. **C.** $T=\left[3;5\right]$. **D.** $T=\mathbb{R}$.

Câu 20. Tập giá trị của hàm số $y=\cos^2 x+\cos x+1$ là:

A. $T=\left[-3;3\right]$. **B.** $T=\left[\frac{3}{4};3\right]$. **C.** $T=\left[1;4\right]$. **D.** $T=\mathbb{R}$.

Câu 21. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x+2\cos 3x$. Chu kì tuần hoàn của hàm số bằng:

A. $T=\frac{2\pi}{3}$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=2\pi$. **D.** $T=4\pi$.

Câu 22. Giá trị lớn nhất của biểu thức $\sin^4 x+\cos^4 x$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos 2x-4\cos x$ là:

A. -5. **B.** -3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 24. Tập giá trị của hàm số $y=2\sin 2x+3$ là:

A. $T=\left[0;1\right]$. **B.** $T=\left[2;3\right]$. **C.** $T=\left[-2;3\right]$. **D.** $T=\left[1;5\right]$.

Câu 25. Cho hàm số $f\left(x\right)=2\tan\frac{x}{2}-3\tan\frac{x}{3}$. Chu kì tuần hoàn của hàm số là:

A. $T=12\pi$. **B.** $T=6\pi$. **C.** $T=3\pi$. **D.** $T=\pi$.

Câu 26. Giá trị bé nhất của biểu thức $\cos^2 x-\sin x$ bằng:

A. -2. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 27. Giá trị lớn nhất của biểu thức $\cos^2 x-\sin x$ bằng:

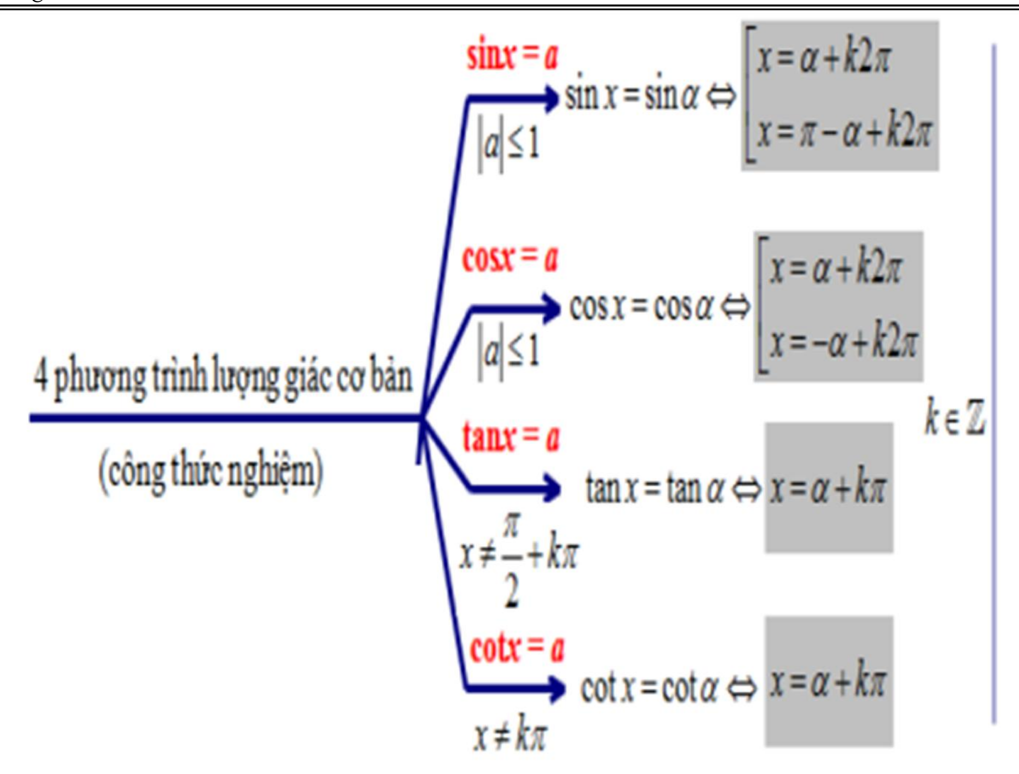
A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 1.

Câu 28. Tập giá trị của hàm số $y=1-2\left|\sin 3x\right|$ là:

A. $T=\left[-1;1\right]$. **B.** $T=\left[0;1\right]$. **C.** $T=\left[-1;0\right]$. **D.** $T=\left[-1;3\right]$.

Đáp án.

1C	2C	3B	4A	5B	6D	7C	8C	9A	10B
11B	12D	13C	14B	15A	16D	17C	18D	19A	20B
21C	22B	23B	24D	25B	26C	27C	28A		



BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

❶ Phương trình $\sin x = a \qquad (1)$

- $|a| > 1$: Phương trình (1) vô nghiệm.
- $|a| \le 1$: Gọi α là một cung sao cho $\sin\alpha = a$. Khi đó $(1) \Leftrightarrow \boxed{\sin x = \sin\alpha}$ và (1) có các nghiệm $\boxed{\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.}$.

➢ ***Chú ý:***

- Khi $-\dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ và $\sin\alpha = a$ thì ta viết $\alpha = \arcsin a$.
- Phương trình $\sin x = \sin\beta^\circ$ có các nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x = \beta^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \\ x = 180^\circ - \beta^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$.
- Trong một công thức nghiệm của phương trình lượng giác, **không được** đồng thời dùng hai đơn vị độ và radian.

❷ Phương trình $\cos x = a \qquad (2)$

- $|a| > 1$: Phương trình (2) vô nghiệm.

- $\left|a\right| \le 1$: Gọi α là một cung sao cho $\sin\alpha = a$. Khi đó $\left(2\right) \Leftrightarrow \boxed{\cos x = \cos\alpha}$ và $\left(2\right)$ có các nghiệm $\boxed{\left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.}$.

➢ ***Chú ý:***

- Khi $0 \le \alpha \le \pi$ và $\cos\alpha = a$ thì ta viết $\alpha = \arccos a$.
- Phương trình $\cos x = \cos\beta^\circ$ có các nghiệm: $\left[\begin{array}{l} x = \beta^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\beta^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z} \end{array}\right.$.

❸ Phương trình $\tan x = a$ $\quad\left(3\right)$

- `Phương trình $\left(3\right)$ xác định khi $x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- $\forall a \in \mathbb{R}$, tồn tại cung α sao cho $\tan\alpha = a$, Khi đó $\left(3\right) \Leftrightarrow \boxed{\tan x = \tan\alpha}$ và $\left(3\right)$ có nghiệm $\boxed{x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.}$

➢ ***Chú ý:***

- Khi $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\tan\alpha = a$ thì ta viết $\alpha = \arctan a$.
- Phương trình $\tan x = \tan\beta^\circ$ có các nghiệm: $x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

❹ Phương trình $\cot x = a$ $\quad\left(4\right)$

- `Phương trình $\left(4\right)$ xác định khi $x \ne k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- $\forall a \in \mathbb{R}$, tồn tại cung α sao cho $\tan\alpha = a$, Khi đó $\left(4\right) \Leftrightarrow \boxed{\cot x = \cot\alpha}$ và $\left(4\right)$ có nghiệm $\boxed{x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.}$

➢ ***Chú ý:***

- Khi $-\pi < \alpha < \pi$ và $\cot\alpha = a$ thì ta viết $\alpha = \text{arccot}\, a$.
- Phương trình $\cot x = \cot\beta^\circ$ có các nghiệm: $x = \beta^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

PHƯƠNG PHÁP CASIO ĐỂ GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Với mục đích là kiểm tra nghiệm của phương trình lượng giác.

Dạng 1. Nghiệm phương trình lượng giác $F\left(\sin;\cos;\tan;\cot\right) = 0$. Để kiểm tra nghiệm ta dùng chức năng tính bảng giá trị (Table).

Khi làm việc với hàm lượng giác, máy tính phải đưa về chế độ RAD ®: Shift >Mode>4.

Phương pháp:

Nhập hàm, chuyển tất cả phương trình về 1 vế trái, vế phải luôn bằng 0.

Nhận xét trước các phương án để chọn khoảng xét:

+ Nếu các nghiệm đều dương thì chọn khoảng xét là $\left[0;2\pi\right]$.

+ Nếu có nghiệm âm thì chọn $\left[-\pi;\pi\right]$.

+ Chọn 1 vòng đường tròn lượng giác là để xét $\left(+k2\pi\right)$ hay $\left(+k\pi\right)$ hay $\left(+k\frac{\pi}{2}\right)$.

Xét các giá trị nghiệm chọn bước nhảy thích hợp. Sau khi có bảng, thì nếu cột $F\left(X\right)=0\to X$ là nghiệm.

Ví dụ: giải phương trình $\sin 3x+\sin x=\cos 3x+\cos x$ có nghiệm là:

A. $\frac{\pi}{2}+k2\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi$ **B.** $\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi$

C. $\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$ **D.** $k\pi;\frac{\pi}{8}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Ấn mode 7. Nhập hàm $\sin 3X+\sin X-\cos 3X-\cos X$

Start?: 0

End? 2π

Step: $\frac{\pi}{8}$

Nhìn vào cột F(X) nhanh chóng chọn đáp án $\frac{\pi}{8}+k\frac{\pi}{2}$ và $\frac{\pi}{2}$ là nghiệm chọn **C.**

II. MỘT SỐ VÍ DỤ.

Ví dụ 1. Phương trình $\sin x=\cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Ví dụ 2. Phương trình $\sin 2x=1$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Ví dụ 3. Phương trình $\sin^2\frac{x}{3}=1$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{3\pi}{2}+k3\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Ví dụ 4. Phương trình $2\cos x-\sqrt{3}=0$ có tập nghiệm trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$:

A. $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right\}$.

Ví dụ 5. Phương trình $\sin\left(\pi\cos 2x\right)=1$ có nghiệm là:

A. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (CÓ ĐÁP ÁN).

Câu 29. Phương trình $\cos\frac{x}{2}=-1$ có nghiệm là:

A. $x=2\pi+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=2\pi+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 30. Phương trình $\cos^2 3x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31. Phương trình $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32. Phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có nghiệm là:

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33. Trong $\left[0;\pi\right]$, phương trình $\sin x = 1 - \cos^2 x$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$. **C.** $\left\{0;\pi\right\}$. **D.** $\left\{0;\frac{\pi}{2};\pi\right\}$.

Câu 34. Trong $\left[0;2\pi\right]$, phương trình $\cos 2x + \sin x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{7\pi}{6};\frac{11\pi}{6}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{7\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$.

Câu 35. Trong $\left[0;2\pi\right)$, phương trình $\sin 2x + \sin x = 0$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 36. Phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$ có số nghiệm thuộc $\left(0;3\pi\right)$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ thuộc $\left[0;2\pi\right]$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc $\left[0;3\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 39. Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

A. $\sqrt{3}\sin x = 2$. **B.** $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}$.

C. $2\sin x + 3\cos x = 1$. **D.** $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

Câu 40. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\sin 2x - \cos 2x = 1$. **B.** $\sin 2x - \cos x = 0$.

C. $\sin x = \frac{2\pi}{5}$. **D.** $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

Câu 41. Tập nghiệm của phương trình $3\tan\frac{x}{4} = \sqrt{3}$ trong khoảng $\left[0;2\pi\right)$ là:

A. $\left\{\frac{2\pi}{3}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3\pi}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$.

Câu 42. Tập nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \cos 2x = 0$ trong khoảng $\left[0;2\pi\right)$ là:

A. $\left\{0;\pi\right\}$. **B.** $\left\{0;\frac{\pi}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}$. **D.** $\left\{0;\frac{3\pi}{2}\right\}$.

Câu 43. Phương trình $\cos\left(\pi\sin x\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 44. Phương trình $\cos\left(\pi\cos 3x\right) = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 45. Phương trình $\frac{\sin x - 1}{\tan x - 1}$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 46. Phương trình $\frac{\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 47. Phương trình $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$ có tập nghiệm trong $\left(0;\pi\right)$ là:

A. $\left\{\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right\}$.

Câu 48. Phương trình $\cos 2x + 2\cos^2 x - 1 = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 49. Phương trình $2\cos\frac{x}{2}+\sqrt{3}=0$ có nghiệm là:

A. $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k4\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{5\pi}{6}+k4\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{5\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 50. Phương trình $\sqrt{3}\tan x+3=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 51. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $\sin x=0\Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $\sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 52. Nghiệm của phương trình $\sin x\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 53. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x-\cos x=0$ thuộc $\left(0;\pi\right)$ là:

A. $x=\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\pi$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$.

Câu 54. Phương trình $\cos 2x=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 55. Phương trình $\sin 3x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{k\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{12}+\frac{k2\pi}{3}; x=\frac{\pi}{4}+\frac{k2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 56. Nghiệm phương trình $\cos x + \frac{1}{2} = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 57. Nghiệm phương trình $\tan x - 1 = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 58. Nghiệm phương trình $3\tan x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 59. Nghiệm phương trình $\cot 2x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là:

A. $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 60. Nghiệm phương trình $\sin 9x = -\frac{19}{18}$ là:

A. $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 61. Phương trình $\tan 4x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 62. Phương trình $\sin\left(4x - 1\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{1}{4} + \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{1}{4} + \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{1}{24} + \frac{k\pi}{12}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{165^\circ}{2}+k180^\circ;x=-\frac{115^\circ}{2}+k180^\circ,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 63. Phương trình $\cos\left(2x-30^\circ\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{1}{4}+\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2};x=\frac{1}{4}+\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{1}{24}+\frac{k\pi}{12},k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=\frac{165^\circ}{2}+k180^\circ;x=-\frac{115^\circ}{2}+k180^\circ,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 64. Các giá trị nào sau đây là nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$?

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 65. Nghiệm của phương trình $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\left(-1\right)^{n+1}\frac{\pi}{3}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\left(-1\right)^{n}\frac{\pi}{4}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\left(-1\right)^{n}\frac{\pi}{3}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$

Câu 66. Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ là:

A. $x=\left(-1\right)^{n+1}\frac{\pi}{4}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\left(-1\right)^{n}\frac{\pi}{4}+n\pi,n\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Câu 67. Nghiệm của phương trình $\cos x=-\frac{1}{2}$ là:

A. $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 68. Nghiệm của phương trình $\cos x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ là:

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 69. Phương trình $\tan x = 1$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 70. Phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 71. Phương trình $\sin^2 3x = \frac{3}{4}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{1}{10} + \frac{k}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 72. Phương trình $\tan^2 2x = 3$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{1}{10} + \frac{k}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 73. Phương trình $\cot^2 4x = \frac{1}{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{1}{10} + \frac{k}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{1}{2\cos x - 1}$. Tập xác định của hàm số là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 75. Số nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ thuộc đoạn $\left[2\pi; 4\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 76. Phương trình $\cos x = \sin x$ có số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \pi\right]$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 77. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ thuộc đoạn $\left[\pi;2\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 78. Giải phương trình $\sin^2 2x=\cos^2(x-\frac{\pi}{4})$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

B. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+2k\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

D. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

ĐÁP ÁN

1A	2C	3A	4B	5D	6B	7D	8B	9B	10C
11C	12C	13A	14A	15A	16C	17C	18A	19A	20B
21A	22D	23C	24A	25A	26B	27C	28C	29B	30B
31D	32D	33A	34A	35D	36C	37B	38C	39D	40D
41C	42D	43C	44A	45D	46C	47A	48A	49D	50D

BÀI 3. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

Tài liệu chỉ nhắc đến các dạng toán thường gặp.

II.CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng toán 1: Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

$\boxed{a\sin x+b\cos x+c=0}$.

☆☆☆

Phương pháp giải:

$$\boxed{a\sin x+b\cos x=c}\xrightarrow[\sqrt{a^2+b^2}]{chia\,2\,ve}\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x=\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\xrightarrow[\sin\alpha=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}]{\cos\alpha=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}\sin\left(x+\alpha\right)=\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\xrightarrow[a^2+b^2\geq c^2]{DK}Dap\ An$$

Ví dụ 1. Giải phương trình: $\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=1$.

Hướng dẫn: Chia hai vế cho 2.

Ví dụ 2. Giải phương trình: $5\sin 2x+12\cos 2x=13$

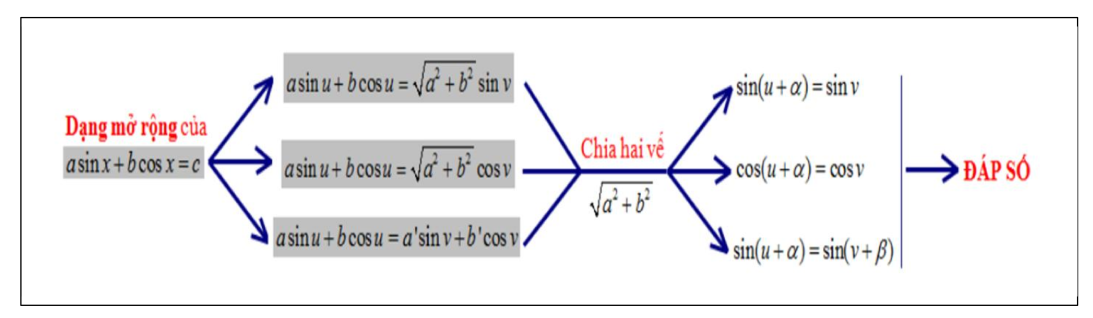
Hướng dẫn: Chia hai vế cho 13.

Ví dụ 3. Giải phương trình: $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$.

Hướng dẫn: $\sin 2x = 2\sin x\cos x, \cos 2x = 2\cos^2 x - 1$.

Ví dụ 4. Giải phương trình: $2\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn: $\sin\left(\frac{\pi}{4} \pm x\right) = \frac{\sin x \pm \cos x}{\sqrt{2}}$.



Ví dụ 5. Giải phương trình: $2\left(\cos x + \sqrt{3}\sin x\right)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$.

Hướng dẫn: $2\left(\cos x + \sqrt{3}\sin x\right)\cos x = 2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x$.

Ví dụ 6. Giải phương trình: $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}\left(\sin 6x + \cos 8x\right)$

Hướng dẫn: $\sin 8x - \sqrt{3}\cos 8x = \sqrt{3}\sin 6x - \cos 6x$.

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình: $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -2$ là:

A. $\left\{-\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2. Phương trình $\left(2 - a\right)\sin x + \left(1 + 2a\right)\cos x = 3a - 1$ có nghiệm khi:

A. $\left[\begin{array}{l} a \ge 2 \\ a \le -\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a \ge \frac{1}{2} \\ a \le -2 \end{array}\right.$. **C.** $-\frac{1}{2} \le a \le 2$. **D.** $-2 \le a \le \frac{1}{2}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = 1$ là:

A. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Phương trình $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$. **B.** $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$.

C. $\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$. **D.** $\sin\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

Câu 5. Điều kiện để phương trình $3\sin x+m\cos x=5$ vô nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m\ge 4\end{array}\right.$. **B.** $m>4$. **C.** $m<-4$. **D.** $-4<m<4$.

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $\cos 2x-\sin 2x=1$ trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$ là:

A. $\frac{7\pi}{4}$. **B.** $\frac{14}{4}\pi$. **C.** $\frac{15\pi}{8}$. **D.** $\frac{13\pi}{4}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2\sin x\left(\cos x-1\right)=\sqrt{3}\cos 2x$ là:

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{4\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\frac{4\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\frac{2\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\frac{2\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8. Tổng các nghiệm của phương trình $\cos 2x-\sqrt{3}\sin 2x=1$ trong khoảng $\left(0;\pi\right)$ là:

A. 0. **B.** π. **C.** 2π. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 9. Phương trình $\frac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}=m$ có nghiệm khi:

A. $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -\frac{1}{2}\end{array}\right.$. **B.** $-2\le m\le\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}\le m\le 2$. **D.** $-\frac{1}{2}<m<2$.

Câu 10. Phương trình $\left(m+2\right)\sin x-2m\cos x=2\left(m+1\right)$ có nghiệm khi:

A. $\left[\begin{array}{l}m\ge 4\\ m\le 0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -4\end{array}\right.$. **C.** $-4\le m\le 0$. **D.** $0\le m\le 4$.

Câu 11. Giải phương trình $\sqrt{3}\sin x-\cos x+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=2\frac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=2k\pi\\ x=\frac{4\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=k\pi\\ x=\frac{2\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 12. Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{7\pi}{24}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{24}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{7\pi}{24}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{24}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7\pi}{24}+\dfrac{k\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{24}+\dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{24}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{24}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 13. Giải phương trình $\sin 3x-\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 5x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{48}+\dfrac{k\pi}{5} \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}-k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{48}+\dfrac{k\pi}{4} \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}-k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{48}+\dfrac{k\pi}{4} \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}-k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pi}{48}+\dfrac{k\pi}{4} \\ x=-\dfrac{5\pi}{12}-k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 14. Giải phương trình $\sqrt{3}\left(\sin 2x+\cos 7x\right)=\sin 7x-\cos 2x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k2\pi}{5} \\ x=\dfrac{7\pi}{54}+k\dfrac{2\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k3\pi}{5} \\ x=\dfrac{7\pi}{54}+k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k\pi}{5} \\ x=\dfrac{7\pi}{54}+k\dfrac{2\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{10}+\dfrac{k2\pi}{5} \\ x=\dfrac{7\pi}{54}+k\dfrac{2\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 15. Giải phương trình $4\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)+\sqrt{3}\sin 4x=2$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{7} \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{7} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{5} \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{5} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{3} \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2} \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\sin x+m\sqrt{3}\cos x=-2m$ có nghiệm.

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $m\le 2$. **D.** $-2\le m$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin^2 x+m\sin 2x=1$ có nghiệm.

A. $m\le 0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $\forall m\in\mathbb{R}$.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=3\sin x+4\cos x+5$.

A. $\min y=0, \max y=12$. **B.** $\min y=0, \max y=10$.

C. $\min y=0, \max y=5$. **D.** $\min y=-2, \max y=5$.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số sau $y=\dfrac{\sin x+2\cos x+1}{\sin x+\cos x+2}$.

A. $\min y=-2, \max y=1$. **B.** $\min y=-1, \max y=1$.

C. $\min y=-1,\max y=2$. **D.** $\min y=-2,\max y=2$.

Đ/a	1B	2C	3C	4C	5D	6B	7A	8D	9C	10A
11C	12A	13D	14D	15D	16D	17D	18B	19A		

Dạng toán 2: Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

☆☆☆

Phương pháp giải:

- $a\sin^2 u+b\sin u+c=0\left(a\neq 0\right)$. Đặt $t=\sin u$,điều kiện $-1\le t\le 1$.
- $a\cos^2 u+b\cos u+c=0\left(a\neq 0\right)$. Đặt $t=\cos u$,điều kiện $-1\le t\le 1$.
- $a\tan^2 u+b\tan u+c=0\left(a=0\right)$. Đặt $t=\tan u$, điều kiện $\cos u\neq 0$.
- $a\cot^2 u+b\cot u+c=0\left(a\neq 0\right)$. Đặt $t=\cot u$,điều kiện $\sin u\neq 0$.

Ví dụ 7. Giải phương trình sau: $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

Hướng dẫn: $t=\cos x$

Ví dụ 8. Giải phương trình sau: $4\sin^2 x+4\sin x-3=0$.

Hướng dẫn: $t=\sin x$.

Ví dụ 9. Giải phương trình sau: $\tan^2 x+\left(\sqrt{3}-1\right)\tan x-\sqrt{3}=0$.

Hướng dẫn: $\tan x=t$.

Ví dụ 10. Giải phương trình sau: $\cot^2 x+4\cot x+3=0$.

Hướng dẫn: $\cot x=t$.

Ví dụ 11. Giải phương trình sau: $\sin^3 x+3\sin^2 x+2\sin x=0$.

Hướng dẫn: $t=\sin x$.

Ví dụ 12. Giải phương trình sau: $\tan x-\cot x=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn: $\cot x=\frac{1}{\tan x}.t=\tan x$

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 20. Nghiệm của phương trình $2\cos^2 x+3\sin x-3=0$ thuộc $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}$. **B.** $x=\frac{\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}$. **D.** $x=\frac{5\pi}{6}$.

Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-3\cos\left(\frac{3\pi}{4}-2x\right)+2=0$ trong khoảng $\left(0;2\pi\right)$ là:

A. $\frac{7\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{8}$. **C.** $x=\pi$. **D.** $x=\frac{7\pi}{4}$.

Câu 22. Nghiệm bé nhất của phương trình $2\sin^2 x-5\sin x+3=0$ thuộc $\left[0;2\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x+\sin^2 x+2\cos x+1=0$ thuộc $\left[0;4\pi\right]$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $2\sin^2 x+5\sin x+3=0$ là:

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 25. Phương trình $\cos 2x+2\cos x-11=0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 26. Giải phương trình $2\sin^2 x+5\sin x+3=0$.

A. $x=-\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{2}+k3\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 27. Giải phương trình $\cos 2x-5\sin x-3=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k3\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k3\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k4\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k4\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 28. Giải phương trình $\cos 2x-3\cos x=4\cos^2\frac{x}{2}$.

A. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\frac{2}{3}\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn: Đưa về cùng cung x.

Câu 29. Giải phương trình $\cos 3x+\cos 2x-\cos x-1=0$.

A. $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\frac{2}{3}\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\frac{2}{3}\pi,k\in\mathbb{Z}\\x=k\pi,k\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn: Đưa về cùng cung x.

Câu 30. Giải phương trình $\frac{1}{\sin^2 x}+3\cot x+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\\x=\operatorname{arccot}\left(-2\right)+\frac{k\pi}{2}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{3}\\x=\operatorname{arccot}\left(-2\right)+\frac{k\pi}{3}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\operatorname{arccot}\left(-2\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\operatorname{arccot}\left(2\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\dfrac{1}{\sin^2 x}=1+\cot^2 x.$

Câu 31. Giải phương trình $1-5\sin+2\cos^2 x=0.$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 32. Giải phương trình sau $\dfrac{1}{\cos^2 x}-\left(1-\sqrt{3}\right)\tan x-1+\sqrt{3}=0.$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\dfrac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x.$

Câu 33. Giải phương trình $\cos^2 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}-2\left(\cos x+\dfrac{1}{\cos x}\right)+2=0.$

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\cos^2 x+\dfrac{1}{\cos^2 x}+2=\left(\cos x+\dfrac{1}{\cos x}\right)^2$

Câu 34. Giải phương trình $\left(1-\tan x\right)\left(1+\sin 2x\right)=1+\tan x.$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: Đặt $t=\tan x\Rightarrow\sin 2x=\dfrac{2t}{1+t^2}$

Câu 35. Giải phương trình $\cos 2x+\cos x\left(2\tan^2 x-1\right)=2$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l}x=\pi+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

Câu 36. Giải phương trình $\tan^2 x-\tan x\tan 3x=2$.

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

Câu 37. Giải phương trình $\sin^2 x+\dfrac{1}{\sin^2 x}=\sin^2 x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: Đặt $t=\sin x$

Câu 38. Giải phương trình $2\tan x+\cot x=2\sin 2x+\dfrac{1}{\sin 2x}$

A. $\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x},\cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}$

Câu 39. Giải phương trình $\sin^4 x+\cos^4 x=\dfrac{11}{8}-\sin 2x$

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{12}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\sin^4 x+\cos^4 x=1-\frac{1}{2}\sin^2 2x$

Câu 40. Giải phương trình $4\sin^5 x\cos x-4\cos^5 x\sin x=\sin^4 4x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=-\pi+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{4} \\ x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{k\pi}{4} \\ x=-\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn:

$$4\sin^5 x\cos x-4\cos^5 x\sin x=4\sin x\cos x\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)$$

Câu 41. Giải phương trình $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+4\sin x=2+\sqrt{2}\left(1-\sin x\right)$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=2\cos 2x\cos\frac{\pi}{4}$

Đáp án	20C	21D	22A	23B	24A	25D
	26A	27A	28D	29D	30C	31A
	32C	33C	34D	35B	36C	37D
	38A	39B	40C	41C		

Dạng toán 3: Phương trình thuần nhất (đẳng cấp) đối với sin và cos

$$\boxed{a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=d\left(1\right)}.$$

☆☆☆

Phương pháp giải:

$a\sin^2 x+b\sin x\cos x+c\cos^2 x=d\left(1\right)$

Cách giải.Xét 2 trường hợp :

- Trường hợp 1 :Xét $\cos x=0\Rightarrow\sin x=\pm1$.Thay vào (1) xem thoả hay không thoả.Kết luận
- Trường hợp 2:Xét $\cos x\neq0$. Chia hai vế của (1) cho $\cos^2 x$,rồi đưa về phương trình bậc hai theo $\tan x$,giải bình thường.

$(1) \Leftrightarrow (a-d)\tan^2 x + b\tan x + c - d = 0.$

Sơ đồ tư duy:

Cách 1
- $\cos x = 0$ $(\sin^2 x = 1)$ → $a + d = 0$
  - **Vô lí:** $\cos x = 0$ **không là nghiệm của** (1)
  - **Đúng :** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ **là nghiệm của** (1)
- $\cos x \neq 0$ **Chia hai vế cho** $\cos^2 x$ → $\frac{d}{\cos^2 x} = d(1+\tan^2 x)$ → $A\tan^2 x + B\tan x + C = 0$ → $\tan x = ?$ → $x = ?$

→ **ĐÁP SỐ**

Cách 2: $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}; \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$; $\sin x\cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$ → (1) **có dạng:** $A\sin 2x + B\cos 2x = C$ → **Chuyển về** DT 1 → **ĐÁP SỐ**

Ví dụ 13. Giải phương trình: $3\sin^2 x - 6\sin x\cos x - \sqrt{3}\left(2-\sqrt{3}\right)\cos^2 x = -\sqrt{3}$.

Hướng dẫn: Chia hai vế cho $\cos^2 x$.

Ví dụ 14. Giải phương trình: $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin\cos x - \cos^2 x = 4$.

Hướng dẫn: Chia hai vế cho $\cos^2 x$.

Ví dụ 15. Giải phương trình: $\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn: Chia hai vế cho $\cos^2 x$.

Ví dụ 16. Giải phương trình: $3\cos^4 x - 4\sin^2 x\cos^2 x + \sin^4 x = 0$.

Hướng dẫn: Chia hai vế cho $\cos^4 x$.

Ví dụ 17. Giải phương trình: $\left(\sin x - \sin^2 x\right)\left(\sin x + 2\cos x\right) = \sqrt{3}\left(1+\sin x\right)\left(1-\sin x\right)^2$.

Hướng dẫn: $(1) \Leftrightarrow \sin x\left(1-\sin x\right)\left(\sin x + 2\cos x\right) = \sqrt{3}\left(1+\sin x\right)\left(1-\sin x\right)^2$

Áp dụng làm các bài tập sau:

Câu 42. Tập nghiệm của phương trình: $3\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$ là:

A. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 43. Phương trình $3\sin^2 x + m\sin 2x - 4\cos^2 x = 0$ có nghiệm khi:

A. $m = 4$. **B.** $m \geq 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Câu 44. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x\cos x = 1$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 45. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 1 + \sin^2 x$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 46. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 x+2\sin x\cos x+3\cos^2 x=3$ thuộc khoảng $\left(0;2\pi\right)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47. Nghiệm của phương trình: $\sin^3 x+3\cos^2 x-3\sin x\cos^2 x-\sin^2 x\cos x=0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 48. Giải phương trình $2\cos^2 x+6\sin x\cos x+6\sin^2 x=1$

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\arctan\left(-\frac{1}{5}\right)+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\arctan\left(-\frac{1}{5}\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\arctan\left(-\frac{1}{5}\right)+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\arctan\left(-\frac{1}{5}\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 49. Giải phương trình $4\sin^3 x+3\cos^2 x-3\sin x-\sin^2 x\cos x=0$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2} \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{3} \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\pm\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: Chia 2 vế cho $\cos^3 x$

Câu 50. Giải phương trình $2\cos^3 x=\sin 3x$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(-2\right)+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(-2\right)+\frac{k\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(-2\right)+\dfrac{k\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(-2\right)+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$

Câu 51. Giải phương trình $2\sin^2 x + 3\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 2$

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\arctan\left(\dfrac{1}{3}\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\arctan\left(\dfrac{1}{3}\right)+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right)+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 52. Giải phương trình $\sin 2x + 2\tan x = 3$

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Hướng dẫn: Chia hai vế cho $\cos^2 x$

Câu 53. Giải phương trình sau $2\sin^2 x + \left(3+\sqrt{3}\right)\sin x\cos x + \left(\sqrt{3}-1\right)\cos^2 x = -1$

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi; x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 54. Giải phương trình $2\sin^2 x + \sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\arctan\left(-3\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi; x=\arctan\left(-\dfrac{3}{2}\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=k\pi; x=\arctan\left(-3\right)+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 55. Giải phương trình $2\cos^2 x - 6\sqrt{3}\sin x\cos x - 4\sin^2 x = -4$

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 56. Giải phương trình $\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 1 + \sin^2 x$

A. $x=k\pi; x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi; x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=k\pi ;x=\frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm \frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 57. Giải phương trình $\cos^3 x-4\sin^3 x-3\cos x\sin^2 x+\sin x=0$

A. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=-\frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\frac{\pi }{6}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=k\pi ;x=\frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **D.** $x=-\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\pm \frac{\pi }{6}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 58. Giải phương trình $3\sin^2 x-4\sin x\cos x+5\cos^2 x=2$.

A. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan 3+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

B. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan \left(-3 \right)+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan \left(-\frac{3}{2} \right)+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

D. $x=k\pi ;x=\arctan \left(-3 \right)+k2\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 59. Giải phương trình $\sin^2 x+\sin 2x-2\cos^2 x=\frac{1}{2}$.

A. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan 3+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

B. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan \left(-5 \right)+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\arctan \left(-\frac{5}{2} \right)+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

D. $x=k\pi ;x=\arctan 5+k2\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 60. Giải phương trình $3\cos^4 x-4\sin^2 x\cos^2 x+\sin^4 x=0$

A. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ;x=-\frac{\pi }{4}+k2\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=\pm \frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\pm \frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm \frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 61. Giải phương trình $\sin x\sin 2x+\sin 3x=6\cos^2 x$

A. $x=k\pi ;x=\frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

B. $x=\frac{\pi }{3}+k\pi ;x=\arctan 2+k2\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=\pm \frac{\pi }{4}+k\pi ;x=\pm \frac{\pi }{3}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

D. $x=\pm \frac{\pi }{3}+k\pi ;x=\arctan 2+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 62. Giải phương trình $\cot x-1=\frac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2 x-\frac{1}{2}\sin 2x$

A. $x=k\pi ;x=\frac{\pi }{4}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi }{3}+k\pi ;x=\frac{\pi }{4}+k2\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi }{4}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm \frac{\pi }{4}+k\pi ,k\in \mathbb{Z}.$

Câu 63. Giải phương trình $\sin 3x + \cos 3x + 2\cos x = 0$

A. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 64. Giải phương trình $\sin x - 4\sin^3 x + \cos x = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 65. Giải phương trình $\tan x \sin^2 x - 2\sin^2 x = 3\left(\cos 2x + \sin x \cos x\right)$

A. $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 66. Giải phương trình $\cos^3 x + \sin x - 3\sin^2 x \cos x = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan\left(-2\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 67. Giải phương trình $\sin^2 x\left(\tan x + 1\right) = 3\sin x\left(\cos x - \sin x\right) + 3$

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi; x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Đáp án	42A	43D	44A	45D	46C	47A
	48D	49D	50D	51B	52C	53A
	54C	55A	56A	57D	58A	59B
	60C	61D	62C	63D	64A	65B
	66C	67A				

Dạng toán 4: Phương trình đối xứng

$$a\left(\sin x \pm \cos x\right) + b\sin x \cos x + c = 0\left(1\right).$$

☆☆☆

Phương pháp giải:

$a\left(\sin x \pm \cos x\right) + b\sin x \cos x + c = 0\left(1\right)$

Cách giải.Đặt :

$t=\sin x+\cos x \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\right)$

$t=\sin x-\cos x \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\right)$

$t=\cos x-\sin x \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\right)$

Thay vào (1) rồi giải phuong trình bậc 2 theo t.

Sơ đồ tư duy:

(1) Đặt $t=\sin x\pm\cos x$ $(|t|\le\sqrt{2})$ → $t=\sin x+\cos x$: $\sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$; $t=\sin x-\cos x$: $\sin x\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}$ → $At^2+Bt+C=0$ $\xrightarrow{|t|\le\sqrt{2}}$ $t=?$ → $\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=t$; $\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=t$ → ĐÁP SỐ

<u>Ví dụ 18.</u> Giải phương trình $\sin x+\cos x-\sin x\cos x+1=0$.

Hướng dẫn: $t=\sin x+\cos x \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\right)$

<u>Ví dụ 19.</u> Giải phương trình $\tan x=1-2\sqrt{2}\sin x$.

Hướng dẫn: $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$

<u>Ví dụ 20.</u> Giải phương trình $2\sin 2x-3\sqrt{3}\left(\sin x+\cos x\right)+5=0$.

Hướng dẫn: $t=\sin x+\cos x \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}\left(-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\right)$

<u>Ví dụ 21.</u> Giải phương trình $2\sin 2x-3\sqrt{6}\left|\sin x+\cos x\right|+8=0$.

Hướng dẫn: Đặt $t=\left|\sin x+\cos x\right|$ *(Đk :* $0\le t\le\sqrt{2}$ *)* $\Rightarrow t^2=(\sin x+\cos x)^2$

$\Rightarrow \sin 2x=t^2-1$

<u>Ví dụ 22.</u> Giải phương trình $\sin 2x+\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=1$.

Hướng dẫn: $\sin 2x+(\sin x-\cos x)=1$

Dạng toán 5: Phương trình đối xứng.

$$\boxed{a\left(\tan^2 x\pm\cot^2 x\right)+b\left(\tan x\pm\cot x\right)+c=0\left(1\right)}.$$

☆☆☆

(1) $\xrightarrow{\text{ĐK: } x\ne\frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})}$ Đặt $t=\tan x\pm\cot x$ ($|t|\ge 2$ khi có dấu "+") $\xrightarrow{\tan^2 x+\cot^2 x=t^2\mp 2}$ $At^2+Bt+C=0$ $\xrightarrow{|t|\ge 2 \text{ (có dấu "+")}}$ $t=?$ $\xrightarrow{\tan x\pm\cot x=t}$ $x=?$ $\xrightarrow{x\ne\frac{k\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})}$ ĐÁP SỐ

<u>Ví dụ 23.</u> Giải phương trình lượng giác $\left(2\tan x-5\right)\tan x+\left(2\cot x-5\right)\cot x-8=0$.

Hướng dẫn: $\left(1\right)\Leftrightarrow\left(\tan^2 x+\cot^2 x\right)-5\left(\tan x+\cot x\right)-8=0.$

<u>Ví dụ 24.</u> Giải phương trình lượng giác $\sqrt{3}\tan^2 x+8\cot x=8\tan x-\sqrt{3}\cot^2 x-2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn: $\left(1\right)\Leftrightarrow\sqrt{3}\left(\tan^2 x+\cot^2 x\right)-8\left(\tan x-\cot x\right)+2\sqrt{3}=0.$

📖 ***<u>Áp dụng làm các bài tập sau:</u>***

Câu 68. Giải phương trình $\sin 2x + 4\left(\sin x - \cos x\right) = 4$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{2}{3}\pi \\ x = \pi + k\dfrac{2}{3}\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{1}{2}\pi \\ x = \pi + k\dfrac{1}{2}\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 69. Giải phương trình $\sin 2x + \sqrt{2}\sin\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$.

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{1}{2}\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{1}{2}\pi; x = \pi + k\dfrac{1}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{2}{3}\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k\dfrac{2}{3}\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 70. Giải phương trình $\left|\cos x - \sin x\right| + 2\sin 2x = 1$

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\dfrac{1}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 71. Giải phương trình $\left|\cos x + \sin x\right| + 3\sin 2x = 1$

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\dfrac{1}{2}\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 72. Giải phương trình $2\left(\sin x + \cos x\right) + 3\sin 2x = 2$

A. $x = k2\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k2\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi; x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 73. Giải phương trình $1 + \sin^3 2x + \cos^3 2x = \dfrac{3}{2}\sin 4x$

A. $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi; x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k2\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi; x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Hướng dẫn: Dùng hằng đẳng thức $a^3 + b^3 = \left(a + b\right)\left(a^2 - ab + b^2\right)$ *phân tích* $\sin^3 2x + \cos^3 2x$ *và chuyển* $\sin 4x = 2\sin 2x\cos 2x$.

Câu 74. Giải phương trình $6\left(\sin x - \cos x\right) + \sin x\cos x + 6 = 0$

A. $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k2\pi, x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 75. Giải phương trình $\cos 2x+5=2(2-\cos x)(\sin x-\cos x)$

A. $x=k\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k2\pi, x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn: $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)$

Câu 76. Giải phương trình $(\sin x+\cos x)^3-\sqrt{2}(\sin 2x+1)+\sin x+\cos x=\sqrt{2}$

A. $x=k\pi, x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=k2\pi, x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pi+k2\pi, x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn: $\sin 2x+1=(\sin x+\cos x)^2, t=\sin x+\cos x$

Câu 77. Giải phương trình $\tan^3 x-\cot^3 x-3(\tan^2 x+\cot^2 x)-3(\tan x-\cot x)+10=0$

A. $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}, x=\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=\frac{\pi}{8}+k2\pi, x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\frac{7\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn:

$$t=\tan x+\cot x, \begin{cases}\tan^2 x+\cot^2 x=t^2-2\\ \tan^3 x-\cot^3 x=(\tan x-\cot x)^3+3\tan x\cot x(\tan x-\cot x)=t^3+3t\end{cases}$$

Câu 78. Giải phương trình $(3-\cos 4x)(\sin x-\cos x)=2$

A. $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}, x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{8}+k2\pi, x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, x=\frac{7\pi}{8}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 79. Giải phương trình $\frac{3}{\cos^2 x}+3\cot^2 x+4(\tan x+\cot x)-1=0$

A. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{7\pi}{12}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 80. Giải phương trình $\frac{2}{\sin^2 x}+2\tan^2 x+5\left(\tan x+\cot x\right)+4=0$

A. $x=\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 81. Giải phương trình $\frac{1-\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)}{\sin x}=\cos x$

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 82. Giải phương trình $2\cos^3 x+\cos 2x+\sin x=0$

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi;x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 83. Giải phương trình $\tan x-3\cot x=4\left(\sin x+\sqrt{3}\cos x\right)$

A. $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi;x=\frac{4\pi}{9}+\frac{k2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi;x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi;x=\frac{\pi}{9}+\frac{k2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}.$

Câu 84. Giải phương trình $\sin^3 x+\cos^3 x=\sin x-\cos x$

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 85. Giải phương trình $\left(2\cos x-1\right)\left(\sin x+\cos x\right)=1$

A. $x=k2\pi;x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=k2\pi;x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=k\pi;x=-\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=k\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Câu 86. Giải phương trình $2\cos 2x=\sqrt{6}\left(\cos x-\sin x\right)$

A. $x=\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi}{12}+k2\pi;x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi;x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.$

Đáp án	68D	69D	70B	71B	72A	73B	74C	75D	76B
	77A	78D	79A	80C	81D	82A	83A	84D	85A
	86C								

`

ÔN TẬP CHƯƠNG I.

PHẦN 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1-\sin 2x}{\cos 3x-1}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{6},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{1-\cos 3x}{1+\sin 4x}}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\tan 2x}{\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x}$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{t\pi}{2};k,t\in\mathbb{Z}\right\}$.

B. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2},\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{t\pi}{2};k,t\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{t\pi}{2};k,t\in\mathbb{Z}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2},\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{t\pi}{2};k,t\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{8}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan 3x.\cot 5x$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3},\dfrac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{k\pi}{3},\dfrac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{4},\dfrac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{3},\dfrac{n\pi}{5};k,n\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số sau $y=\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right).\cot\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{4}+k\pi,\dfrac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3\pi}{4}+k\pi,\dfrac{\pi}{5}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3\pi}{5}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi;k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ tuần hoàn với chu kì:

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\pi$. **C.** $T=\frac{\pi}{2}$. **D.** $T=\frac{\pi}{4}$.

Câu 8. Hàm số $f\left(x\right)=\tan 2x$ tuần hoàn với chu kì:

A. $T=\frac{\pi}{2}$. **B.** $T=2\pi$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=\frac{\pi}{4}$.

Câu 9. Hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x+\sin x$ tuần hoàn với chu kì:

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\frac{\pi}{2}$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=\frac{\pi}{4}$.

Câu 10. Hàm số $f\left(x\right)=\tan x.\tan 3x$ tuần hoàn với chu kì:

A. $T=\pi$. **B.** $T=2\pi$. **C.** $T=\frac{\pi}{4}$. **D.** $T=\frac{\pi}{2}$.

Câu 11. Hàm số $f\left(x\right)=\sin 3x+2\cos 2x$ tuần hoàn với chu kì:

A. $T=2\pi$. **B.** $T=\frac{\pi}{2}$. **C.** $T=\pi$. **D.** $T=\frac{\pi}{4}$.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2+3\sin 3x$

A. $\min y=-2;\max y=5$. **B.** $\min y=-1;\max y=4$.

C. $\min y=-1;\max y=5$. **D.** $\min y=-5;\max y=5$.

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1-4\sin^2 2x$

A. $\min y=-2;\max y=1$. **B.** $\min y=-3;\max y=5$.

C. $\min y=-5;\max y=1$. **D.** $\min y=-3;\max y=1$.

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{2\sin x+3}$

A. $\min y=1;\max y=\sqrt{5}$. **B.** $\min y=\sqrt{5};\max y=2\sqrt{5}$.

C. $\min y=2;\max y=\sqrt{5}$. **D.** $\min y=\sqrt{5};\max y=3$.

Câu 15. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3+2\sqrt{2+\sin^2 4x}$

A. $\min y=3+2\sqrt{2};\max y=3+2\sqrt{3}$. **B.** $\min y=2+2\sqrt{2};\max y=3+2\sqrt{3}$.

C. $\min y=3-2\sqrt{2};\max y=3+2\sqrt{3}$. **D.** $\min y=3+2\sqrt{2};\max y=3+3\sqrt{3}$.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{3}\cos x+\sin x+4$

A. $\min y=2;\max y=4$. **B.** $\min y=2;\max y=6$.

C. $\min y=4;\max y=6$. **D.** $\min y=2;\max y=8$.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1-\sqrt{2\cos^2 x+1}$

A. $\min y=1-\sqrt{3};\max y=1$. **B.** $\min y=1-\sqrt{3};\max y=3$.

C. $\min y=1-\sqrt{3};\max y=2$. **D.** $\min y=1-\sqrt{3};\max y=0$.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3-2\cos^2 3x$

A. $\min y=1;\max y=2$. **B.** $\min y=1;\max y=3$.

C. $\min y=2;\max y=3$. **D.** $\min y=-1;\max y=3$.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+\sqrt{2+\sin 2x}$

A. $\min y = 2; \max y = 1+\sqrt{3}$. **B.** $\min y = 2; \max y = 2+\sqrt{3}$.
C. $\min y = 1; \max y = 1+\sqrt{3}$. **D.** $\min y = 1; \max y = 2$.

Câu 20. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{4}{1+2\sin^2 x}$

A. $\min y = \dfrac{4}{3}; \max y = 4$. **B.** $\min y = \dfrac{4}{3}; \max y = 3$.
C. $\min y = \dfrac{4}{3}; \max y = 2$. **D.** $\min y = \dfrac{1}{2}; \max y = 4$.

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + \cos^2 2x$

A. $\min y = \dfrac{3}{4}; \max y = 4$. **B.** $\min y = 2; \max y = 3$.
C. $\min y = 2; \max y = 4$. **D.** $\min y = \dfrac{3}{4}; \max y = 3$.

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x - 1$

A. $\min y = -6; \max y = 4$. **B.** $\min y = -6; \max y = 5$.
C. $\min y = -3; \max y = 4$. **D.** $\min y = -6; \max y = 6$.

Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$

A. $\min y = -3\sqrt{2}-1; \max y = 3\sqrt{2}+1$. **B.** $\min y = -3\sqrt{2}-1; \max y = 3\sqrt{2}-1$.
C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2}-1$. **D.** $\min y = -3\sqrt{2}-2; \max y = 3\sqrt{2}-1$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x + 3\sin 2x + 3\cos^2 x$

A. $\min y = 2-\sqrt{10}; \max y = 2+\sqrt{10}$. **B.** $\min y = 2-\sqrt{5}; \max y = 2+\sqrt{5}$.
C. $\min y = 2-\sqrt{2}; \max y = 2+\sqrt{2}$. **D.** $\min y = 2-\sqrt{7}; \max y = 2+\sqrt{7}$.

Câu 25. Khi x thay đổi trong nửa khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{3}\right]$ thì $y = \cos x$ lấy mọi giá trị thuộc:

A. $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 26. Khi x thay đổi trong khoảng $\left(\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right)$ thì $y = \sin x$ lấy mọi giá trị thuộc:

A. $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right]$. **B.** $\left[-1;-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$. **C.** $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};0\right]$. **D.** $\left[-1;1\right]$.

Câu 27. Tập giá trị của hàm số $y = 4\cos 2x - 3\sin 2x + 6$ là:

A. $[3;10]$. **B.** $[6;10]$. **C.** $[-1;13]$. **D.** $[1;11]$.

Câu 28. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $y = -2\sin x$ là hàm số lẻ. **B.** $y = -\tan x - \sin x$ là hàm số lẻ.
C. $y = \tan x + \cos x$ là hàm số lẻ. **D.** $y = \sin x + x$ là hàm số lẻ.

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Tổng của hai hàm số chẵn là một hàm số chẵn.
B. Tích của hai hàm số lẻ là một hàm số chẵn.
C. Tổng của hai hàm lẻ là một hàm số lẻ.
D. Tổng của hai hàm số chẵn là một hàm số lẻ.

Câu 30. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng:

A. $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. B. $\left(-\dfrac{11\pi}{2};5\pi\right)$. C. $\left(7\pi;\dfrac{15}{2}\pi\right)$. D. $\left(-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right)$.

Câu 31. Hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên khoảng:

A. $\left(\dfrac{19\pi}{2};10\pi\right)$. B. $\left(\dfrac{11\pi}{2};6\pi\right)$. C. $\left(7\pi;\dfrac{15}{2}\pi\right)$. D. $\left(\dfrac{5\pi}{2};6\pi\right)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\sin x.\cos 3x$. Chọn mệnh đề đúng?

A. y là hàm số chẵn. B. y là hàm số lẻ.
C. y là hàm số không chẵn, không lẻ. D. y là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\cos^{2n-1}x, n\in\mathbb{N}^*$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=-\sin^2 x$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 35. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=-\sin^2 x\cos x$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x}$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\cos x-\sin x$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{\tan^2 x-3\cos x}{x^2+2}$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

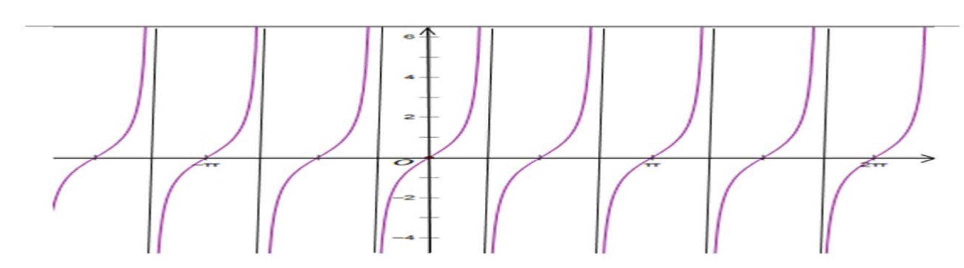
Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\tan x-\cos x$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{\left|\sin 2x\right|+3\cos x}{\sqrt{\cos^2 x+3}}$. Hàm số $f\left(x\right)$ là:

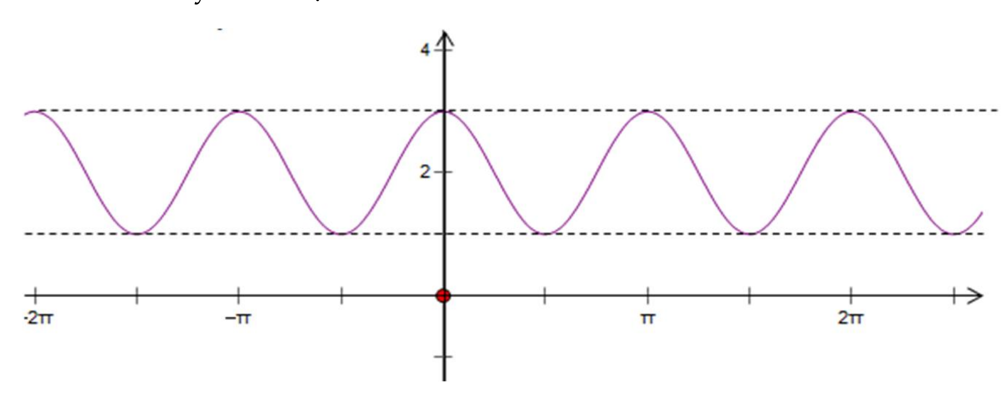
A. Hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số lẻ.
C. Hàm số không có tính chẵn, lẻ. D. Hàm số chẵn.

Câu 41. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



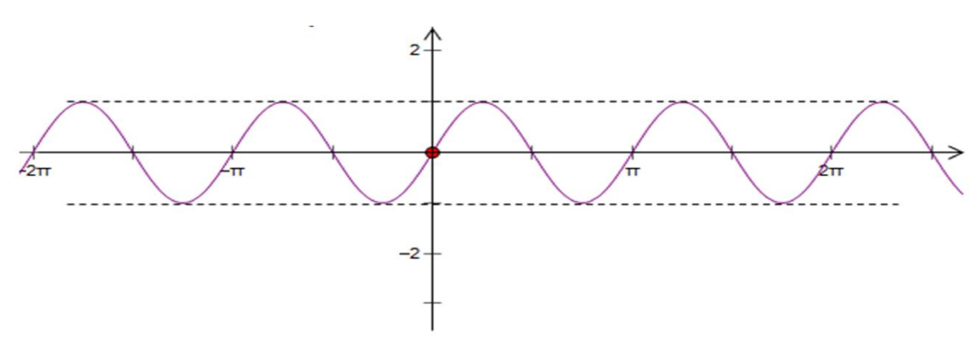
A. $y = \tan 2x$. **B.** $y = \tan x$. **C.** $y = 2\tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 42. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



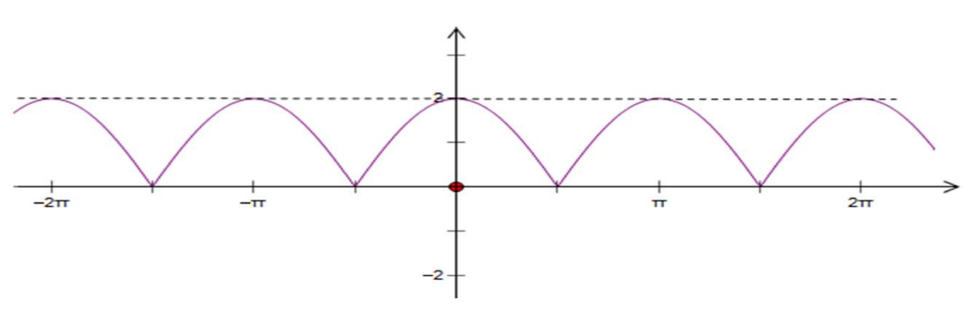
A. $y = \tan 2x$. **B.** $y = 1 + 2\cos^2 x$. **C.** $y = 2\tan x$. **D.** $y = \cot x$.

Câu 43. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \cos 2x$. **B.** $y = \tan x$. **C.** $y = \sin 2x$. **D.** $y = \cos x$.

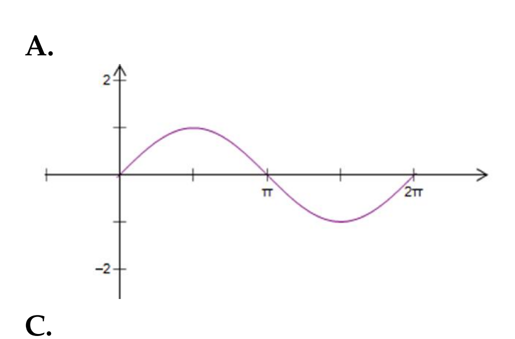
Câu 44. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



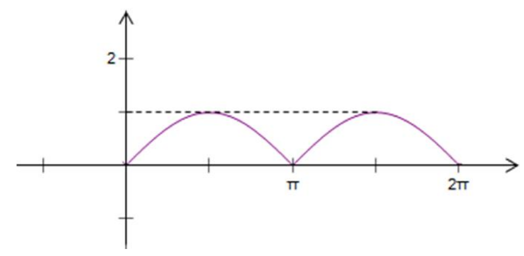
A. $y = \cos 2x$. **B.** $y = \left|\tan x\right|$. **C.** $y = \left|\sin 2x\right|$. **D.** $y = 2\left|\cos x\right|$.

Câu 45. Đồ thị hàm số $y = \left|\sin x\right|$ trên đoạn $\left[0; 2\pi\right]$ là:

A.

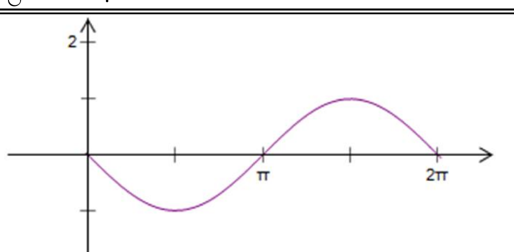


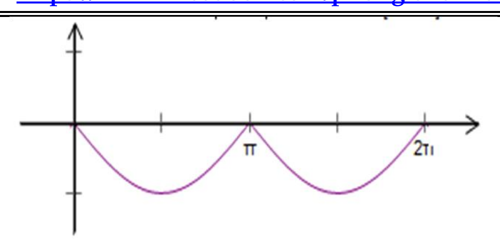
B.



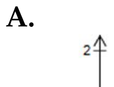
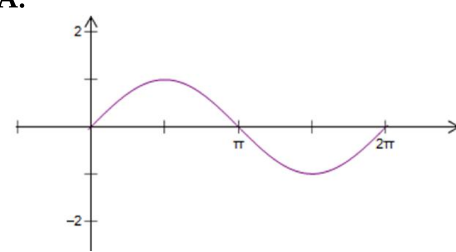
C.

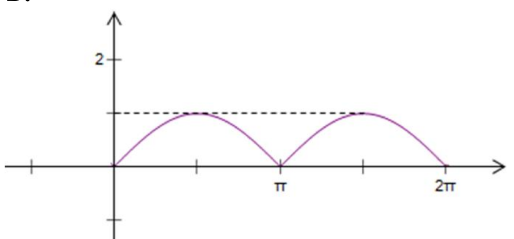
D.

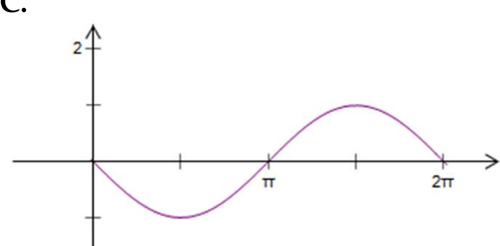


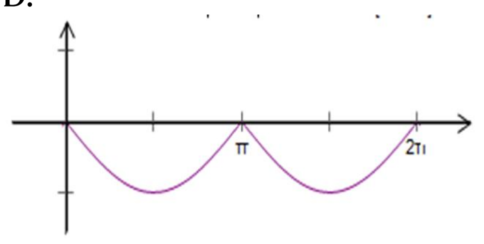


Câu 46. Đồ thị hàm số $y = -\sin x$ trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là:


A.



B.


C.


D.


ĐÁP ÁN.

1A	2A	3A	4C	5A	6A	7A	8A	9A	10A
11A	12C	13D	14A	15A	16B	17D	18B	19A	20A
21D	22A	23B	24A	25A	26B	27D	28C	29D	30C
31D	32B	33D	34D	35D	36B	37C	38D	39C	40D
41A	42B	43C	44D	45B	46C				

Hướng dẫn giải:

Câu 16. $y = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x\right) + 4 = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 4.$

Câu 21. Đặt

$t = \sin^2 x, 0 \le t \le 1 \Rightarrow \cos 2x = 1 - 2t \Rightarrow y = 4t^2 - 2t + 1 = \left(2t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

Câu 22. $y = 5\sin\left(x + \alpha\right) - 1$

Câu 23.

$y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2\left(1 + \cos 2x\right)$

$= 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2}\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$

Câu 24. $y = \frac{1 - \cos 2x}{2} + 3\sin 2x + \frac{3\left(1 - \cos 2x\right)}{2} = 3\sin 2x + \cos 2x + 2$

PHẦN 2. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN.

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Giải phương trình: $\sin x = \frac{1}{2}$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Giải phương trình $1 + 2\cos 2x = 0$.

A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + h2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} \pm k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Giải phương trình $\cos 3x = \cos\frac{\pi}{15}$.

A. $x = \pm\frac{\pi}{15} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Giải phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Giải phương trình $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$.

A. $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Giải phương trình $\sin x = \cos x$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Giải phương trình lượng giác: $\sqrt{3}\tan x + 3 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10. Giải phương trình: $\tan^2 x = 3$.

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Giải phương trình $\cos\left(2x - 60^\circ\right) = \cos\left(x + 30^\circ\right)$.

A. $x = 90^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = 10^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = 90^\circ + k360^\circ \\ x = 10^\circ + k120^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. Hàm số $y = \tan 3x$ và $y = \tan\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ có giá trị bằng nhau khi:

A. $x = \frac{\pi}{15} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{15} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{15} + k\frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{15} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13. Giải phương trình $\sin^2 2x - \cos^2 2x = \cos 3x$

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{7} + k2\pi \\ x = -\pi + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{7} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\pi + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{7} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 14. Giải phương trình $6\sin 4x + 5\sin 8x = 0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{1}{4}\arccos\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \pm\frac{1}{3}\arccos\left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{k\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = 1 + \dfrac{k\pi}{4} \\ x = \pm\dfrac{1}{4}\arccos\left(-\dfrac{3}{5}\right) + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{4} \\ x = \pm\dfrac{1}{4}\arccos\left(-\dfrac{3}{5}\right) + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\sin x\left(2\cos x - \sqrt{3}\right) = 0$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 16. Phương trình $\sin x.\cos x.\cos 2x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = k\dfrac{\pi}{16}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$ **C.** $x = k\dfrac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = k\dfrac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 17. Giải phương trình $\cot 2x.\sin 3x = 0.$

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2} \\ x = k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 18. Giải phương trình $\cot x.\cot 2x = 1.$

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 19. Giải phương trình $\tan 3x = \tan 4x$.

A. $x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 20. Giải phương trình $\dfrac{\sin x}{1 + \cos x} = 0$ có nghiệm.

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \left(2k + 1\right)\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \left(2k + 1\right)\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 21. Giải phương trình $\dfrac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{\sin x - \dfrac{1}{2}} = 0$.

A. $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** Vô nghiệm.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 22. Giải phương trình $\left(\sqrt{3}\tan x+1\right)\left(\sin^2 x+1\right)=0$ có nghiệm là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23. Phương trình $\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ có nghiệm dương nhỏ nhất là:

A. $x=\frac{3\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=2\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 24. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cot\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)=1$ là:

A. $x=\frac{3\pi}{4}$. **B.** $x=\frac{7\pi}{4}$. **C.** $x=\frac{\pi}{4}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}$.

Câu 25. Giải phương trình $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\sin x-\frac{2\pi}{3}\right)=1$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 26. Giải phương trình $\cot\left(\frac{\pi}{4}\left(\cos x-1\right)\right)=-1$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\frac{\pi}{2}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 27. Phương trình $\sin x=\cos x$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 28. Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x}=\tan 2x$ có số nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 29. Giải phương trình $2\sin 2x=-1$ với điều kiện $\cos x>0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=-\frac{5\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+k\pi\\x=\frac{5\pi}{12}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 30. Giải phương trình $3\cot 2x = -\sqrt{3}$ với điều kiện $\cos x > 0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 31. Giải phương trình $\dfrac{2\sin x - \sqrt{3}}{\cos x} = 0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

B. $\left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

D. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 32. Giải phương trình $\dfrac{2\cos x + \sqrt{2}}{\sqrt{2}\sin x + 1} = 0$.

A. $x = \dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\dfrac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 33. Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right..$ **B.** $m > 1$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m < -1$.

Câu 34. Phương trình $\sin 2x = -\dfrac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa $0 < x < \pi$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 35. Phương trình $\sin x = \dfrac{1}{2}$ có nghiệm thỏa $-\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}$ là:

A. $x = -\dfrac{\pi}{6}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{6}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3}$. **D.** $x = -\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \le x \le 3\pi$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 37. Nghiệm của phương trình lượng giác: $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa điều kiện $0 < x < \pi$ là:

A. $x = \dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = \pi$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4}$.

Câu 38. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = 1$ với $0 \le x \le 2\pi$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39. Giải phương trình $\sin\left(2x-15^\circ\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$, với $-120^\circ < x < 90^\circ$.

A. $x=30^\circ; x=75^\circ; x=-105^\circ$. **B.** $x=30^\circ; x=-105^\circ$.

C. $x=60^\circ; x=90^\circ; x=-105^\circ$. **D.** $x=30^\circ; x=75^\circ; x=45^\circ$.

Câu 40. Phương trình $\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=0$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $\left(0;4\pi\right)$ bằng:

A. 10π. **B.** 9π. **C.** 6π. **D.** 2π.

ĐÁP ÁN:

1C	2A	3D	4A	5B	6A	7D	8C	9D	10B
11C	12C	13B	14D	15A	16C	17A	18A	19D	20C
21C	22B	23D	24D	25C	26D	27A	28A	29A	30A
31A	32B	33A	34C	35B	36A	37A	38B	39A	40C

PHẦN 3.MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC THƯỜNG GẶP.

Câu 1. Giải phương trình $2\sin^2 x-3\sin x+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2}{3}\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\frac{2}{3}\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{1}{2}\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\frac{1}{2}\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2. Giải phương trình $2\cos 2x+3\sin x-1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi \\ x=\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\frac{1}{2}\pi \\ x=\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\frac{1}{2}\pi \\ x=\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k\frac{1}{2}\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\frac{2}{3}\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2}{3}\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k\frac{2}{3}\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi \\ x=\pi-\arcsin\left(-\frac{1}{4}\right)+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3. Giải phương trình $\cos 2x+\cos x+1=0$.

A. $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\frac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi}{2}+k3\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\frac{7}{2}\pi, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 4. Giải phương trình $6\sin^2 x+2\sin^2 2x=5$.

A. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 5. Giải phương trình $2\sin^4 x+2\cos^4 x=2\sin 2x-1$.

A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 6. Giải phương trình $5\left(1+\cos x\right)=2+\sin^4 x-\cos^4 x$.

A. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\pm\frac{2\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 7. Giải phương trình $\sqrt{3}\tan x+\cot x-\sqrt{3}-1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k2\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k3\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k3\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 8. Giải phương trình $3\cos 4x-\sin^2 2x+\cos 2x-2=0$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\pm\arccos\frac{6}{7}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\pm\arccos\frac{6}{7}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\ x=\pm\arccos\frac{6}{7}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\ x=\pm\arccos\frac{6}{7}+k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 9. Giải phương trình $4\cos x\cos 2x+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{8}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{8}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{8}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\pm\arccos\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{8}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 10. Giải phương trình $2\tan^2 x+3=\dfrac{3}{\cos x}$.

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=k\dfrac{2}{3}\pi$. **D.** $x=k\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 11. Giải phương trình $9-13\cos x+\dfrac{4}{1+\tan^2 x}=0$.

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=k\dfrac{2\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 12. Giải phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{5\pi}{2}\right)-3\cos\left(x-\dfrac{7\pi}{2}\right)=1+2\sin x$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\dfrac{\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 13. Giải phương trình $\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x-1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\dfrac{\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=k\dfrac{\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 14. Giải phương trình $\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x=1+\sin^2 x$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15. Giải phương trình $\dfrac{\cos x - 2\sin x.\cos x}{2\cos^2 x + \sin x - 1} = \sqrt{3}.$

A. $x = \dfrac{5\pi}{18} + k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = -\dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\dfrac{\pi}{18} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \dfrac{5\pi}{18} + k\dfrac{5\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 16. Giải phương trình $\cos^2 x - \sin x.\cos x - 2\sin^2 x - 1 = 0.$

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right) + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{3} \\ x = \arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right) + k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = k\dfrac{\pi}{2} \\ x = \arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right) + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \arctan\left(-\dfrac{1}{3}\right) + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 17. Giải phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x.$

A. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{3\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{3\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{12} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 18. Giải phương trình $\dfrac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = 5.$

A. $x = \arctan\dfrac{-1 \pm \sqrt{26}}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $x = \arctan\dfrac{-1 \pm \sqrt{26}}{5} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \arctan\dfrac{1 \pm \sqrt{26}}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $x = \arctan\dfrac{-1 \pm \sqrt{26}}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 19. Giải phương trình $\sin x + \cos x = 1.$

A. $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.$

Câu 20. Phương trình $\sin x + \cos x = -1$ chỉ có các nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\left(2k+1\right)\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 21. Giải phương trình $\sin 2x+12\left(\sin x-\cos x\right)+12=0$.

A. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, x=-\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, x=-\pi+k\dfrac{2}{3}\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{\pi}{3}, x=-\pi+k\dfrac{2}{3}\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, x=-\pi+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 22. Giải phương trình $1+\tan x=2\sqrt{2}\sin x$.

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 23. Giải phương trình $\left|\cos x-\sin x\right|+2\sin 2x=1$.

A. $x=\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{k\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 24. Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=\cos 2x$.

A. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi, x=-\dfrac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{1}{3}\pi, x=-\dfrac{\pi}{2}+k\dfrac{2}{3}\pi, x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi, x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 25. Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\sin 2x+\sin x+\cos x$.

A. $x=\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{k\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 26. Giải phương trình $\tan x+\cot x=2\left(\sin 2x+\cos 2x\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{3} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2} \\ x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 27. Giải phương trình $\cos^3 x+\sin^3 x=2\left(\cos^5 x+\sin^5 x\right)$.

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 28. Giải phương trình $\sin^2 x+3\tan x=\cos x\left(4\sin x-\cos x\right)$.

A. $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$

B. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{2}{3}\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\dfrac{2}{3}\pi, k\in\mathbb{Z}.$

D. $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, x=\arctan\left(-1\pm\sqrt{2}\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 29. Giải phương trình $16\left(\sin^8 x+\cos^8 x\right)=17\cos^2 2x$.

A. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{7\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$

C. $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{9\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{5\pi}{4}, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 30. Giải phương trình $\cos^4 x-\cos 2x+2\sin^6 x=0$.

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $x=k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}.$ **C.** $x=k\dfrac{2}{3}\pi, k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}.$

Câu 31. Giải phương trình $\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{42}+k\dfrac{2\pi}{7} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{42}+k2\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{42}+k\dfrac{2\pi}{7} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{42}+k\pi \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 32. Giải phương trình $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\dfrac{k\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\dfrac{k2\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{2} \\ x=\dfrac{k\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{9}+\dfrac{k\pi}{9} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$

Câu 33. Phương trình $3\sin x+\left(m-1\right)\cos x=m+2$ (với m là tham số) có nghiệm khi:

A. $m>1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m<1$.

Câu 34. Phương trình $m\sin x+3\cos x=2m$ có nghiệm khi:

A. $\left|m\right|\le 3$. **B.** $\left|m\right|\le -\sqrt{3}$. **C.** $\left|m\right|\le \sqrt{3}$. **D.** $\left|m\right|\ge \sqrt{3}$.

Câu 35. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos x+\sin x-2$.

A. $\min y=-2-\sqrt{5};\max y=-2+\sqrt{5}$. **B.** $\min y=-2-\sqrt{7};\max y=-2+\sqrt{7}$.

C. $\min y=-2-\sqrt{3};\max y=-2+\sqrt{3}$. **D.** $\min y=-2-\sqrt{10};\max y=-2+\sqrt{10}$.

Câu 36. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=4\sin 3x-3\cos 3x+1$.

A. $\min y=-3;\max y=6$. **B.** $\min y=-4;\max y=6$.

C. $\min y=-4;\max y=4$. **D.** $\min y=-2;\max y=6$.

Câu 37. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin 2x+2\cos 2x+3}{2\sin 2x-\cos 2x+4}$.

A. $\min y=-\dfrac{2}{11};\max y=2$. **B.** $\min y=\dfrac{2}{11};\max y=3$.

C. $\min y=\dfrac{2}{11};\max y=4$. **D.** $\min y=\dfrac{2}{11};\max y=2$.

Câu 38. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2\sin^2 3x+4\sin 3x\cos 3x+1}{\sin 6x+4\cos 6x+10}$.

A. $\min y=\dfrac{11-9\sqrt{7}}{83};\max y=\dfrac{11+9\sqrt{7}}{83}$.

B. $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{11};\max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{11}$.

C. $\min y=\dfrac{33-9\sqrt{7}}{83};\max y=\dfrac{33+9\sqrt{7}}{83}$.

D. $\min y=\dfrac{22-9\sqrt{7}}{83};\max y=\dfrac{22+9\sqrt{7}}{83}$.

Câu 39. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin^2 2x+3\sin 4x}{2\cos^2 2x-\sin 4x+2}$.

A. $\min y=\dfrac{-5-2\sqrt{22}}{7};\max y=\dfrac{-5+2\sqrt{22}}{7}$.

B. $\min y=\dfrac{5-2\sqrt{22}}{7};\max y=\dfrac{5+2\sqrt{22}}{7}$.

C. $\min y=\dfrac{5-\sqrt{97}}{8};\max y=\dfrac{5+\sqrt{97}}{8}$.

D. $\min y=\dfrac{7-\sqrt{97}}{8};\max y=\dfrac{7+\sqrt{97}}{8}$.

Câu 40. Tìm giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y=3\left(3\sin x+4\cos x\right)^2+4\left(3\sin x+4\cos x\right)+1$.

A. $\min y=\dfrac{1}{3};\max y=96$. **B.** $\min y=-\dfrac{1}{3};\max y=6$.

C. $\min y = -\frac{1}{3}; \max y = 96.$ **D.** $\min y = 2; \max y = 6.$

ĐÁP ÁN:

1D	2D	3D	4D	5D	6C	7D	8A	9B	10A
11A	12C	13D	14B	15B	16D	17D	18D	19C	20D
21D	22C	23A	24D	25A	26D	27B	28D	29A	30D
31A	32C	33B	34C	35D	36B	37D	38D	39B	40C

Hướng dẫn giải:

Câu 2. Dùng công thức nhân đôi $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

Câu 3. Dùng công thức nhân đôi $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1.$

Câu 4. Dùng công thức hạ bậc $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ và $\sin^2 2x = 1 - \cos^2 2x.$

Câu 5. Áp dụng $a^4 + b^4 = \left(a^2 + b^2\right)^2 - 2a^2b^2.$

Câu 6. Áp dụng $a^4 - b^4 = \left(a^2 + b^2\right)\left(a^2 - b^2\right).$

Câu 7. $\cot x = \frac{1}{\tan x}.$

Câu 8. $\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1, \sin^2 2x = 1 - \cos^2 2x.$

Câu 9. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

Câu 10. $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$

Câu 11. $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$

Câu 12. $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x, \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x.$

Câu 13. $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x.$

Câu 14. $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

Câu 15. $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x,\ 2\sin x\cos x = \sin 2x.$

Câu 16. $\Leftrightarrow \sin x\left(3\sin x + \cos x\right)$

Câu 17. $\Leftrightarrow 2\cos 4x = 1 + \cos 6x \Leftrightarrow 4\cos^3 2x - 4\cos^2 2x - 3\cos 2x + 3 = 0.$

Câu 23. $t = \left|\sin x - \cos x\right| = \sqrt{2}\left|\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\right| \Rightarrow \sin 2x = 1 - t^2$

Câu 24. $\Leftrightarrow \left(\sin x + \cos x\right)\left(1 - \sin x\cos x\right) = \left(\sin x + \cos x\right)\left(\cos x - \sin x\right)$

Câu 25. $\sin^3 x + \cos^3 x = \left(\sin x + \cos x\right)\left(1 - \sin x\cos x\right)$

Câu 26. $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$

Câu 27. $\Leftrightarrow \cos^3 x\left(2\cos^2 x - 1\right) = \sin^3 x\left(2\sin^2 x - 1\right) = \cos 2x\left(\cos^3 x + \sin^3 x\right) = 0$

Câu 28. Chia hai vế cho $\cos^2 x$

Câu 29.

$\sin^8 x + \cos^8 x = \left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x = \left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x\right)^2 - \frac{1}{8}\sin^4 2x$ Đặt $t = \sin^2 2x$

Câu 30. Đặt $t = \cos 2x$

Câu 31. $\cos x \sin 2x = \frac{\sin 3x + \sin x}{2}, 2\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{2}$

Câu 32. Dùng công thức hạ bậc đưa về hàm $\cos$

Câu 37.

$\Leftrightarrow \left(2y - 1\right)\sin 2x - \left(y + 2\right)\cos 2x = 3 - 4y.$

$\xrightarrow{ycbt} \left(2y - 1\right)^2 + \left(y + 2\right)^2 \geq \left(3 - 4y\right)^2$

Câu 39. Giống **câu 37**.

Câu 40. Đặt $t = 3\sin x + 4\cos x, t \in \left[-5; 5\right]$. Khi đó $y = 3t^2 + 4t + 1 = f\left(t\right)$ với $t \in \left[-5; 5\right]$.

Lập bảng biến thiên cho hàm $f\left(t\right)$ suy ra đáp án.